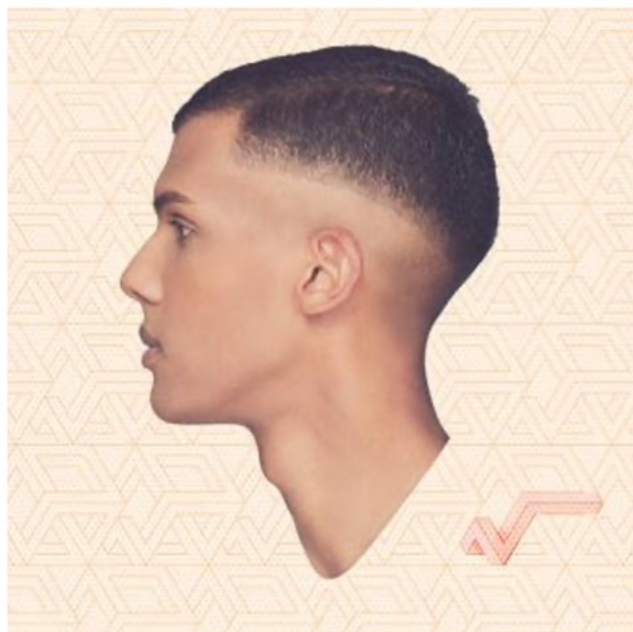


## Problème 279 – Le carré géant des super-fans de Stromae

Niveau : Seconde

Chapitres : Racines carrées

Inédit, publié le 06/03/2022



Stromae, le chanteur belge, a fait un retour tonitruant avec son dernier album, « Multitude », sorti le 4 mars 2022. Après l'immense succès de son second album, « Racine carrée », vendu à 2,5 millions d'exemplaires en 2013, Stromae serait bien capable d'attirer encore davantage d'admirateurs, tant sa musique est riche d'influences du monde entier et tant les paroles de chansons parviennent à toucher beaucoup de monde. Et comment ne pas être intrigué (et inspiré...) quand on voit les noms de ces albums au parfum très mathématique !

Revenons alors sur les 2,5 millions de ventes de l'album « Racine carrée ». On va supposer qu'un **acheteur sur cent** de cet album, soit 25 000 « **super-fans** », se réunissent pour célébrer leur idole dans un stade. Pour se regrouper, on va imaginer qu'ils vont essayer de former un carré géant : pour cela, ils se rangent tous en lignes et en colonnes, de manière parfaitement alignée, telle une armée, chaque super-fan étant toujours à 0,50 mètre d'un autre super-fan (voir principe en **Annexe**). Il est **impératif** qu'il n'y ait aucun trou dans les alignements, et qu'il n'y ait aucun super-fan laissé hors du carré formé. Par ailleurs, on ne peut pas mettre plusieurs super-fans sur une position.

On admettra, pour utilisation directe dans ce problème, le théorème suivant :

*Les entiers  $n \geq 0$  dont la racine carrée est un nombre rationnel sont les entiers qui sont les carrés d'un nombre entier.*

- 1) a) Simplifier l'écriture de la racine carrée de 25 000 sous la forme  $a\sqrt{b}$ , où  $a$  et  $b$  sont des entiers naturels et  $a$  étant la valeur maximale possible.  
b) Montrer que  $\sqrt{25\,000}$  n'est pas un nombre entier.  
c) En déduire que les 25 000 super-fans ne peuvent pas, s'ils sont tous ensemble, se regrouper en lignes et en colonnes pour former un carré géant.
- 2) a) Combien faudrait-il, au minimum, de super-fans supplémentaires présents pour qu'ils soient en mesure de former ce carré géant ?  
b) Au contraire, combien, au minimum, faudrait-il de super-fans en moins pour que le carré géant soit aussi réalisable ?

3) On suppose que le nombre de super-fans de Stromae va augmenter grâce à son dernier album. Ce nombre peut même être une *multitude* de fois supérieure... Appelons donc  $m$  le facteur **entier** par lequel le nombre de super-fans va être multiplié par rapport à ceux de la question 1).

Quelle est la valeur minimale de  $m$  qui permettrait aux super-fans de former tous ensemble un carré géant ? Justifier la réponse.

4) On appelle  $N$  un nombre de super-fans tel que qu'il soit possible de former un carré géant. Exprimer en fonction de  $N$  une expression exacte de la longueur, en mètres, de la diagonale du carré géant, et montrer que cette longueur est irrationnelle.

### Annexe

Principe du carré géant des super-fans de Stromae

